Física II - Eletricidade e Magnetismo - Aula 2

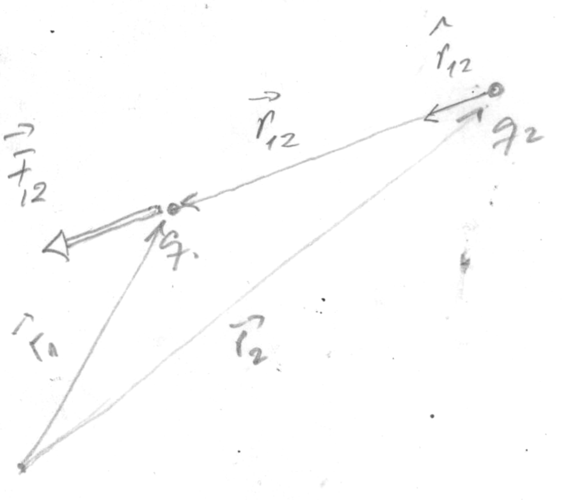
- Vimos na aula anterior que há dois tipos de cargas. (+ e -) e que cargas de mesmo tipo (sinal) se repelem, enquanto cargas de tipos distintos (sinais opostos) se atraem.

- Essa força de atração e repulsão depende da magnitude das cargas envolvidas e da distância entre elas.

- Mais especificamente, a intensidade dessa força é dada por

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad k = 8.99 \times 10^9 \, Nm^2/C$$

Modelo de cargas puntuais.



A força está na direção da reta que une as duas cargas.

$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ (aquilo que somado o $\vec{r}_2$ dá $\vec{r}_1$)

$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$ vetor unitário na direção $\vec{r}_{12}$ com sentido de $\vec{r}_{12}$

Notação:

$\vec{F}_{12}$ - força que a carga 2 faz na carga 1

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

- Se q_1 e q_2 tiverem mesmo sinal $\vec{F}_{12}$ tem o sentido de $\hat{r}_{12}$
- Se q_1 e q_2 tiverem sinais opostos $\vec{F}_{12}$ tem sentido de $-\hat{r}_{12}$.

3ª lei de Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

força que a carga q_1 faz sobre q_2.

força que a carga q_2 faz sobre q_1

Princípio de superposição:

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^{N} k \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i} = k q_0 \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}}$$

força que atua em q_0 devido a todas as cargas

Note que é uma <u>soma de vetores</u>; é incorreto somar apenas as intensidades (módulos das forças)

$k \simeq 8{,}99 \times 10^9 \frac{N m^2}{C^2}$

No SI é comum expressar $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ onde $\epsilon_0 \simeq 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2}$

permissividade elétrica do vácuo.

Mencionamos o efeito de polarização induzida em isolantes. Essa polarização, como veremos, está associada à permissividade elétrica do meio.

O bastão carregado induz o aparecimento de dipolos elétricos no meio

Nos metais, os elétrons de condução tem carga negativa, e como são livres para se movimentar no condutor, eles se deslocam para as proximidades do bastão (se o bastão estiver carregado positivamente), ou para extremidade oposta (se o bastão estiver carregado negativamente), deixando um excesso de carga positiva onde eles saíram

(+)

Isto é pictórico apenas. Como veremos, em um condutor em equilíbrio eletrostático a distribuição da carga induzida deve ser tal que o campo elétrico no interior do condutor se anule

(−)

Campo Elétrico

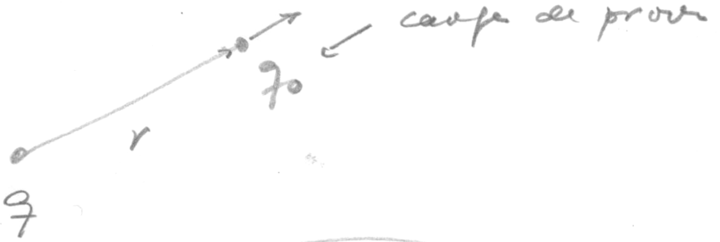
- Interação à distância
- Interação via campo.

Idéia: Uma carga elétrica gera um campo elétrico em todo o espaço; uma perturbação no espaço. A geração dessa perturbação em um dado ponto do espaço, distante dessa carga, não é instantânea. Ela se propaga muito rápido, mas não é instantânea.

carga gera campo $\longrightarrow$ uma segunda carga interage com esse campo e experimenta a força elétrica.

$$\vec{F} = k\frac{q_0\, q}{r^2}\,\hat{r}$$

força que q faz em q_0



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = q_0\,\vec{E} \Longleftrightarrow \vec{E} = \frac{kq}{r^2}\,\hat{r}$$

q gera o campo $\vec{E}$ e uma carga q_0 qualquer, na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ sofre uma força

$$\boxed{\vec{F} = q_0\,\vec{E}}$$

Essa noção de campo é útil principalmente em eletrodinâmica, que estuda os fenômenos e efeitos elétricos associados à distribuição de cargas em movimento

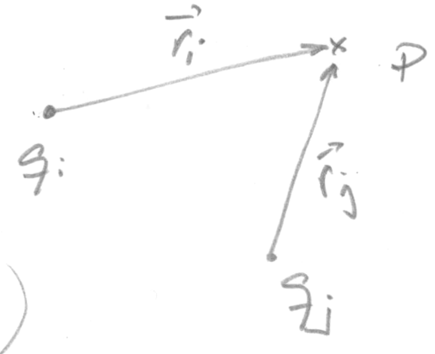
Campo elétrico tem unidade de $\frac{N}{C}$.

Campo gerado por um conjunto de cargas

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$$

$\vec{E}_i$ campo gerado pela carga q_i

$$\vec{E} = \frac{k q_i}{r_i^2}\,\hat{r}_i$$

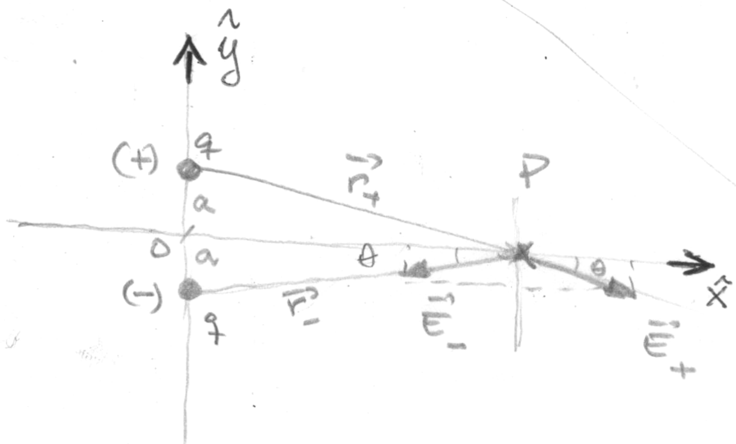


Mais uma vez soma de vetores

$\vec{r}_i \equiv$ posição do ponto P em relação à carga q_i

Campo elétrico devido a um dipolo elétrico

Caso particular:



Duas cargas $+q$ e $-q$ separadas por uma distância $d = 2a$. Situadas no eixo $\hat{y}$

- Campo em ptos P situados no eixo $\hat{x}$.

$$\vec{E}_+ = \frac{kq}{r_+^2}\,\hat{r}_+ \qquad \vec{E}_- = \frac{kq}{r_-^2}\,\hat{r}_-$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \qquad |\vec{r}_+| = |\vec{r}_-| = \sqrt{x^2+a^2} = r^2$$

Componente $\hat{x}$ do campo $\vec{E}$ é nula.

$$E_x = E_x^{(+)} - E_x^{(-)} \qquad |E^+| = |E^-| = \frac{kq}{r^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

Componente $\hat{y}$ do campo $\vec{E}$

$$E_y = E_y^+ + E_y^- = 2\frac{kq}{r^2}\sin\theta = \frac{2kq}{r^2}\frac{a}{r} = \frac{k\,2aq}{r^3}$$

$\sin\theta = a/r$

O produto $qd = 2aq$ = momento de dipolo elétrico

$$E_y = \frac{kp}{r^3} \qquad \vec{E} = -\frac{kp}{r^3}\,\hat{y} = -\frac{kp}{(x^2+a^2)^{3/2}}\,\hat{y}$$

Vamos supor que estamos interessados no campo gerado por esse dipolo para valores de $x >> a$.
(Lembre-se da polarização de um dielétrico: a separação entre as cargas é relativamente pequena, comparada com distâncias macroscópicas onde eventualmente estamos interessados em saber o efeito da polarização)

$$(x^2+a^2)^{3/2} = x^3\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{3/2}$$

Se $x >> a \Rightarrow \frac{a^2}{x^2} << 1$

$$(1+\epsilon)^n \sim 1 + n\epsilon + \frac{n(n-1)}{2!}\epsilon^2 + \ldots$$

Para valores de $\epsilon << 1$ podemos reter os termos de ordem mais baixa apenas.

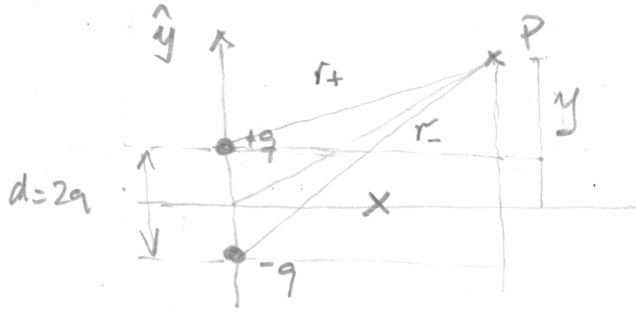
$$\vec{E} = -\frac{kp}{x^3}\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{-3/2}\hat{y} \simeq -\frac{kp}{x^3}\left(1-\frac{3}{2}\frac{a^2}{x^2}\right)\hat{y}$$

Em ordem mais baixa $\vec{E} = -\frac{kp}{x^3}\hat{y}$.

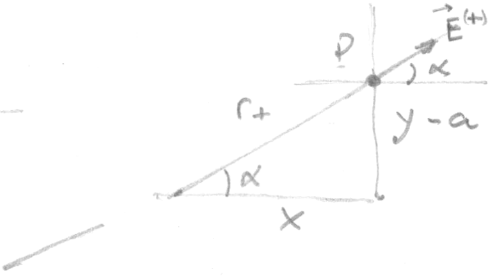
Campo de um dipolo elétrico cai com $\frac{1}{x^3}$ a medida que você se afasta do dipolo

"Take home message"

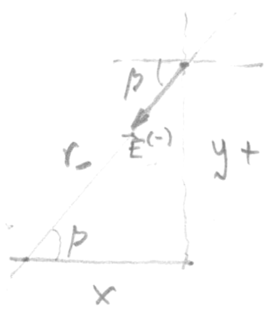
Sugestão: Façam o problema do Halliday 28.12 : caso geral



Coordenadas do pto P: (x, y)



$\cos\alpha = \frac{x}{r_+}$; $\sin\alpha = \frac{y-a}{r_+}$



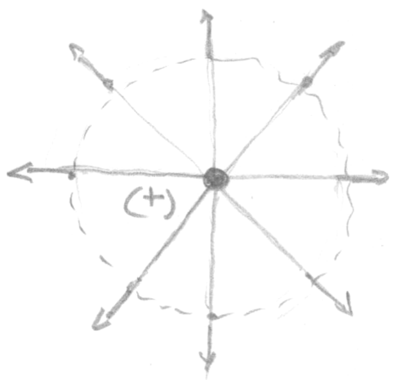
$\cos\beta = \frac{x}{r_-}$; $\sin\beta = \frac{y+a}{r_-}$

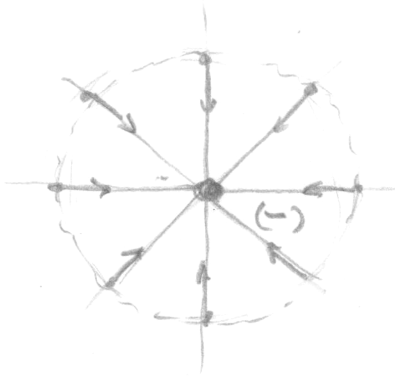
Linhas de campo.

- Direção tangente é a direção do campo naquele ponto.

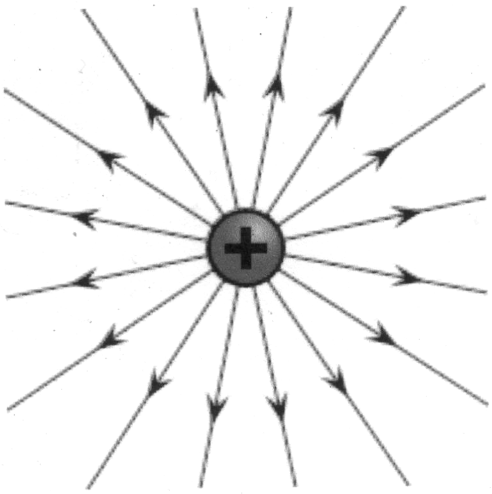
- # de linhas/unidade de área da seção reta (perpendicular às linhas) é proporcional à intensidade do campo.

Campos pontuais

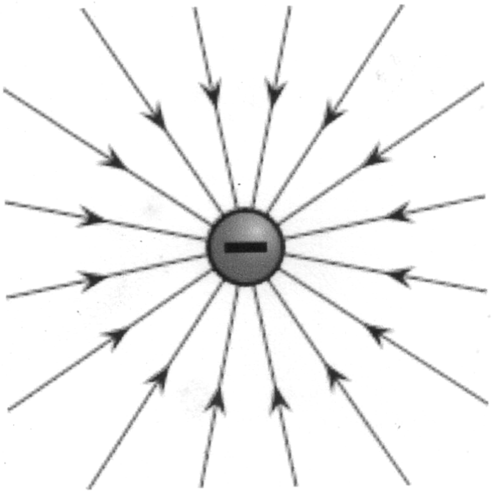




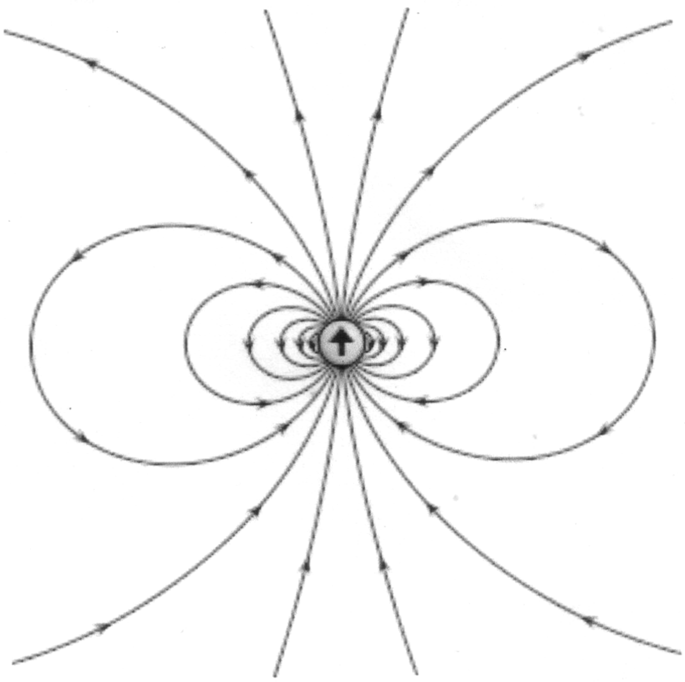
Linhas de campo: carga positiva



Linhas de campo: carga positiva



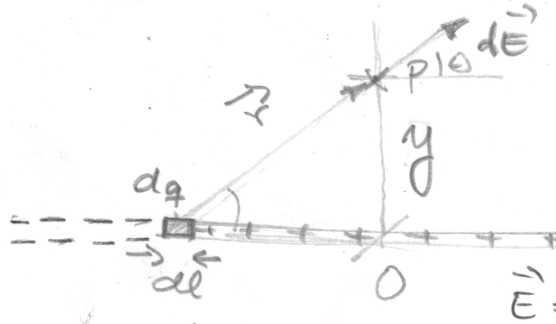
Linhas de campo: dipolo elétrico



Distribuição contínua de carga.

Fio infinito uniformemente carregado

Campo no pto P distando d do fio



Soma das componentes y

$$\vec{E} = \sum d\vec{E} = \sum dE_x \hat{x} + \sum dE_y \hat{y} = \left(\sum dE_x\right)\hat{x} + \left(\sum dE_y\right)\hat{y}$$

$$d\vec{E} = \frac{k\,dq}{r^2}\,\hat{r}$$

(soma de vetores) sobre todos os pedacinhos do fio.

soma das componentes x

Definimos uma densidade (no caso linear) de carga no fio $\lambda = \frac{dq}{dl}$ (quantidade de carga por unidade de comprimento do fio)

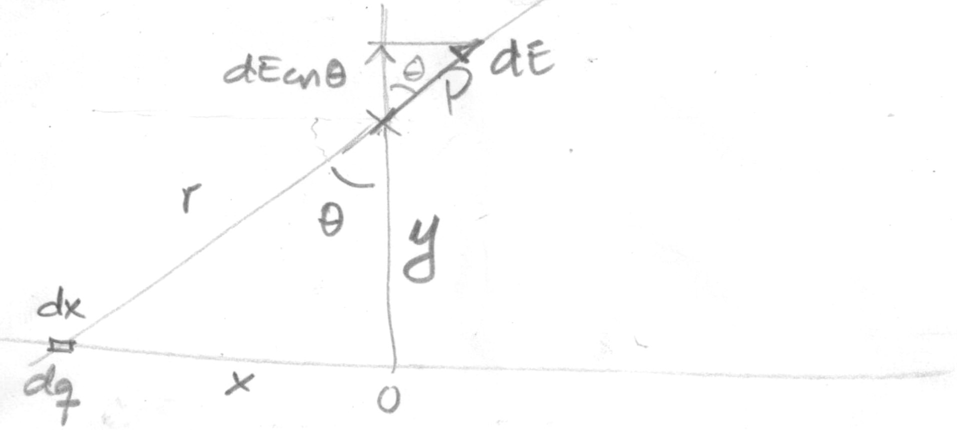
Considere $\lambda = \underline{cte}$ (distribuição de carga uniforme); em um segmento do fio de comprimento dl existe uma quantidade de carga $dq = \lambda\, dl$.

Se λ não depende de x, elementos do fio de mesmo comprimento têm a mesma carga

Por simetria a componente resultante (do campo total) deve ser $\perp$ ao fio; para cada elemento do fio à esquerda de P existe um outro à direita cuja contribuição cancela a componente do campo na direção $\hat{x}$ paralela ao fio.

A componente $\hat{y}$ da contribuição para o campo total, devido a esse elemento do fio de comprimento dx, situado na posição x, é dado por

$$E_x = \sum dE_x \hat{x} = 0$$



$$dE_y = dE \cos\theta = \frac{k\,dq}{r^2}\cos\theta = \frac{k\,dq}{r^2}\frac{y}{r} = \frac{k\,dq\,y}{r^3}$$

$$\cos\theta = \frac{y}{r} \qquad dq = \lambda\,dx$$

$$\vec{E} = \underbrace{\left(\sum dE_x\right)\hat{x}}_{\text{Esta soma dá zero!}} + \left(\sum dE_y\right)\hat{y}$$

$$E = \int dE_y = \int_{-\infty}^{+\infty} k\lambda y \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$= k\lambda y \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{y}\hat{y}}$$

Substituição de variáveis $\quad x = y\,\mathrm{tg}\,\theta$

$$dx = y\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta$$

$$\left[x^2+y^2\right]^{3/2} = y^3\left[1+\mathrm{tg}^2\theta\right]^{3/2} = y^3\frac{1}{\cos^3\theta}$$

$$E = k\lambda y \int \frac{\frac{\cancel{y}}{\cos^2\theta}}{\frac{\cancel{y^3}}{\cos^3\theta}}d\theta = \frac{k\lambda}{y}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta = \frac{k\lambda}{y}\sin\theta\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{2\lambda}{y}\hat{y}}$$

Campo cai com $1/y$ e é $\perp$ ao fio